Полиномиальная схема

Обобщением схемы Бернулли является полиномиальная схема.
Пусть при n независимых испытаниях могут произойти m несовместных исходов, p_i — вероятность $i^{\text{го}}$ исхода при одном отдельном испытании, $1 \le i \le n$. Тогда вероятность того, что при n испытаниях $i^{\text{й}}$ исход появится n_i раз, $n = \sum_{i=1}^{m} n_i$, равна:

$$P_n(n_1, n_2, \dots, n_m) \approx \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_m!} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \dots \cdot p_m^{n_m}$$

2. Какова вероятность того, что при бросании 12 костей каждая грань выпадет дважды?

$n = 12, \quad m = 6 \qquad p_1 = \dots = p_6 = 1/6$

$n_1 = \dots = n_6 = 2$

$$P_{12}(2, \dots 2) = \frac{12!}{(2!)^6} \cdot \left(\left(\frac{1}{6}\right)^2\right)^6 \approx 0,0034$$

3. Брак при изготовлении деталей составляет 20%. На выборочный контроль деталь попадает с вероятностью 1/2. Какова вероятность того, что при проверке партии из 10 деталей нашли две бракованных, а половина деталей осталась непроверенной?

$n = 10$

1: деталь не проверена

2: проверена и брак

3: проверена и не брак

$p_1 = \frac{1}{2}, \quad n_1 = 5$

$p_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}, \quad n_2 = 2$

$p_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}, \quad n_3 = 3$

$$P_{10}(5, 2, 3) = \frac{10!}{5!\,2!\,3!} \cdot \frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{10^2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0,0504$$

B

1. На группу из 25 человек имеется 25 экзаменационных билетов. Студент выучил один билет. Каким по очереди ему следует идти на экзамен, чтобы вероятность сдать его была наибольшей?

Ai - билет вытащен на i-ом шаге

$$P(A_i) = P(\overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \dots \cdot \overline{A}_{i-1} \cdot A_i) = \frac{24}{25} \cdot \frac{23}{24} \cdots = \frac{1}{25}$$