3. Вероятность выхода из строя одного мотора самолета равна q. Самолет может продолжать полет, если исправна хотя бы половина моторов. Для каких значений q двухмоторный самолет следует предпочесть четырехмоторному?

В3.

A – успешный полет двухмоторного

B – успешный полет 4-мот

$P(A) = 1 - q^2$

$P(B) = 1 - P_4(0) - P_4(1) = 1 - q^4 - C_4^1 p q^3 = 1 - q^4 - 4(1-q) q^3 =$

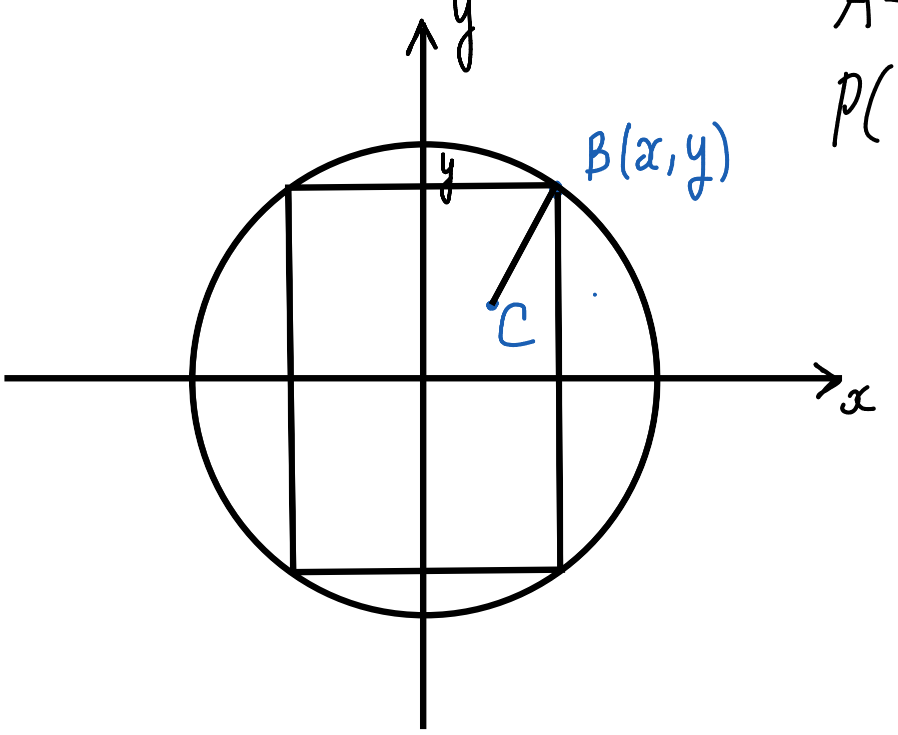
$= 1 - 4q^3 + 3q^4$

$P(A) \geqslant P(B)$

$1 - q^2 \geqslant 1 - 4q^3 + 3q^4$

$\frac{1}{3} \leq q \leq 1$

4. На окружности $x^2 + y^2 = 1$ наугад выбирается точка B, а в круге $x^2 + y^2 \leq 1$ наугад точка C. Строится прямоугольник с диагональю BC и сторонами, параллельными осям координат. Какова вероятность того, что данный прямоугольник лежит в круге? Обосновать корректность решения.



A – в круге, C в прям

$P(A|B) = \frac{4xy}{\pi} = \frac{|4\cos\varphi\sin\varphi|}{\pi} = \frac{|2\sin 2\varphi|}{\pi}$

$P(A) = \int_0^{2\pi} \frac{2|\sin 2\varphi|}{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2\varphi \, d\varphi = \frac{4}{\pi^2}$

в кр будет 10 задач на полтора часа
типовые задачи

округление: 4 цифры

если число исп 100 и больше то применяем не форм бернулли а одну из приближённых
иначе не засчитает

Формула Пуассона

Если p - мало, то в схеме бернулли применяют формулу Пуассона

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}, \quad \lambda = np$$

Погрешность не превышает min(p, hp)

11. Вероятность клика по баннеру на одной веб-странице равна 0,0025. Какова вероятность того, что при показе 600 страниц будет 3 просмотра рекламы?

$n = 600, \; k = 3, \; p = 0{,}0025$

$\lambda = np = 1{,}5$

$$P_{600}(3) = \frac{1{,}5^3}{3!} \cdot e^{-1{,}5} \approx 0{,}1255 \qquad \Delta \leq 0{,}0025$$

10. Прибор состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа каждого из них равна 0,001. Какова вероятность отказа больше двух элементов?

$n = 1000 \quad p = 0{,}001, \quad k > 2$

$\lambda = np = 1$

$P_n(k > 2) - ?$

$$P_{1000}(k > 2) = 1 - P_{1000}(0) - P_{1000}(1) - P_{1000}(2) =$$

$$= 1 - \frac{1^0}{0!} \cdot e^{-1} - \frac{1^1}{1!} \cdot e^{-1} - \frac{1^2}{2!} \cdot e^{-1} = 1 - e^{-1}\left(1 + 1 + \frac{1}{2}\right) \approx 0{,}08$$

$\varepsilon < 0{,}001$

14. В службу спасения поступает в среднем 0,5 звонков в час. Найти вероятность того, что за смену продолжительностью четыре часа поступит не более трех заявок.

$\lambda = 0{,}5$ (в час)

за 4 часа не более 3 заявок, $T = 4$

$$P(k) = \frac{(\lambda T)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda T}$$

$\lambda T = 2$

$$P(k \leq 3) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) =$$

$$= e^{-2}\left(\frac{2^0}{1} + \frac{2}{1} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!}\right) \approx 0{,}8571$$

Погрешность неуместна в этой задаче, потому что это не схема бернулли

Полиномиальная схема

Обобщением схемы Бернулли является полиномиальная схема.
Пусть при n независимых испытаниях могут произойти m несовместных исходов, p_i — вероятность $i^{\text{го}}$ исхода при одном отдельном испытании, $1 \le i \le n$. Тогда вероятность того, что при n испытаниях $i^{\text{й}}$ исход появится n_i раз, $n = \sum_{i=1}^{m} n_i$, равна:

$$P_n(n_1, n_2, \dots, n_m) \approx \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_m!} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \dots \cdot p_m^{n_m}$$

2. Какова вероятность того, что при бросании 12 костей каждая грань выпадет дважды?

$n = 12, \quad m = 6 \qquad p_1 = \dots = p_6 = 1/6$

$n_1 = \dots = n_6 = 2$

$$P_{12}(2, \dots 2) = \frac{12!}{(2!)^6} \cdot \left(\left(\frac{1}{6}\right)^2\right)^6 \approx 0,0034$$

3. Брак при изготовлении деталей составляет 20%. На выборочный контроль деталь попадает с вероятностью 1/2. Какова вероятность того, что при проверке партии из 10 деталей нашли две бракованных, а половина деталей осталась непроверенной?

$n = 10$

1: деталь не проверена

2: проверена и брак

3: проверена и не брак

$p_1 = \frac{1}{2}, \quad n_1 = 5$

$p_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}, \quad n_2 = 2$

$p_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}, \quad n_3 = 3$

$$P_{10}(5, 2, 3) = \frac{10!}{5!\, 2!\, 3!} \cdot \frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{10^2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0,0504$$

В

1. На группу из 25 человек имеется 25 экзаменационных билетов. Студент выучил один билет. Каким по очереди ему следует идти на экзамен, чтобы вероятность сдать его была наибольшей?

Ai - билет вытащен на i-ом шаге

$$P(A_i) = P(\overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \dots \cdot \overline{A}_{i-1} \cdot A_i) = \frac{24}{25} \cdot \frac{23}{24} \cdots = \frac{1}{25}$$