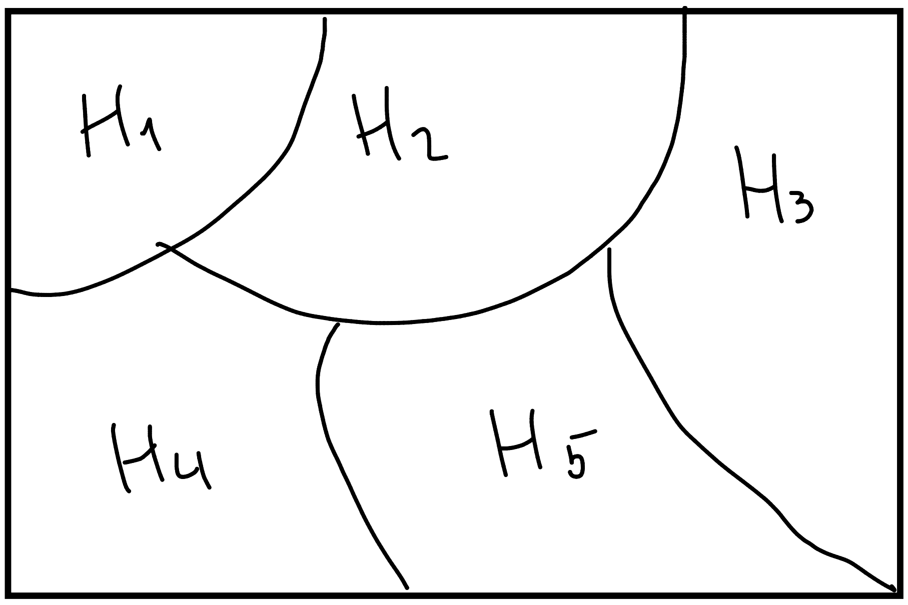
## Формулы условной вероятности

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cdot B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

## Полная группа событий



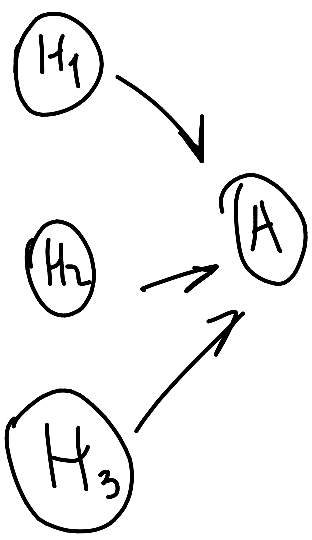

$H_1 \dots H_5$ – полная группа событ

$H_1 + \dots + H_5 = \Omega$

**Формула полной вероятности**

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + \dots + P(H_n) \cdot P(A|H_n)$$

**Формула Баяса (формула проверки гипотез)**




$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i) \cdot P(A|H_i)}{\sum P(H_i) \cdot P(A|H_i)}$$

2. В группе 2 отличника, 5 хорошистов и 3 троечника. Вероятность решить задачу для отличника равна 0,9, для хорошиста 0,7, для троечника 0,4. Найти вероятность того, что наугад вызванный студент решит задачу.

$\left.\begin{array}{l} H_1 \text{ – вызв отличник "5"} \\ H_2 \text{ – "4"} \\ H_3 \text{ – "3"} \end{array}\right\}$ Полн групп соб

A – студент решил

$P(H_1) = 0{,}2 \quad P(H_2) = 0{,}5 \quad P(H_3) = 0{,}3$

$P(A|H_1) = 0{,}9 \quad P(A|H_2) = 0{,}7 \quad P(A|H_3) = 0{,}4$

$$P(A) = P(H_1)\cdot P(A|H_1) + P(H_2)\cdot P(A|H_2) + P(H_3)\cdot P(A|H_3) =$$
$$= 0{,}2\cdot 0{,}9 + 0{,}5\cdot 0{,}7 + 0{,}3\cdot 0{,}4 = 0{,}65$$

3. Вероятность попадания в цель первого стрелка 0,9, а второго 0,3. Случайно выбранный стрелок попал в цель. Какова вероятность того, что это был первый стрелок?

$H_1$ - выбр I
$H_2$ - выбр II
} полн группа

$A$ - стрелок попал

$P(H_1) = 0{,}5$ $\quad P(A|H_1) = 0{,}9$

$P(H_2) = 0{,}5$ $\quad P(A|H_2) = 0{,}3$

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1)\,P(A|H_2)}{P(H_1)\cdot P(A|H_1) + P(H_2)P(A|H_2)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 0{,}9}{\frac{1}{2}\cdot 0{,}9 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}3} = 0{,}75$$

6. Первый цех произвел в два раза больше деталей, чем второй. Брак в первом цехе составляет 3%, а во втором 2%. Детали поступили на склад. Найти вероятность того, что наугад взятая со склада деталь является стандартной.

$P(H_1) = \frac{2}{3}$ $\quad P(A|H_1) = 0{,}03$

$P(H_2) = \frac{1}{3}$ $\quad P(A|H_2) = 0{,}02$

$$P(A) = \frac{2}{3}\cdot 0{,}03 + \frac{1}{3}\cdot 0{,}02 = 0{,}02\cdot\frac{4}{3}$$
$$P(\bar{A}) = 1 - 0{,}02\cdot\frac{4}{3} = 1 - \frac{8}{300} = 1 - \frac{2}{75} = \frac{73}{75} = 0{,}97(3)$$

7. Корабль идет через минное поле, состоящее из трех участков разной плотности, длины которых 2,5 км, 3,5 км и 4 км. Вероятности подорваться на данных участках равны соответственно 0,4; 0,3; 0,5. Корабль затонул. Какова вероятность того, что он шел через второй участок?

$P(H_1) = \frac{2{,}5}{10} = 0{,}25$ $\quad P(A|H_1) = 0{,}4$

$P(H_2) = 0{,}35$ $\quad P(A|H_2) = 0{,}3$

$P(H_3) = 0{,}4$ $\quad P(A|H_3) = 0{,}5$

$$P(H_2|A) = \frac{0{,}35\cdot 0{,}3}{0{,}25\cdot 0{,}4 + 0{,}35\cdot 0{,}3 + 0{,}4\cdot 0{,}5} = \frac{0{,}105}{0{,}405} = \frac{21}{81} = \frac{7}{27} \approx 0{,}(259)$$

4. Вероятность попадания стрелка в цель при одном выстреле 0,8. Стрелок подбросил две монеты и сделал столько выстрелов, сколько выпало гербов. Найти вероятность поражения цели.

A – не поразил

$P(H_0) = \frac{1}{4}$ $\quad P(A|H_0) = 0$

$P(H_1) = \frac{1}{2}$ $\quad P(A|H_1) = 0,8$

$P(H_2) = \frac{1}{4}$ $\quad P(A|H_2) = 1 - 0,2^2 = 0,96$

$P(A) = \sum P(H_i) \cdot P(A|H_i) = 0,4 + 0,24 = 0,64$

3. В первом ящике 4 белых и 1 черный шар, во втором и третьем по 3 белых и 2 черных, в четвертом 1 белый и 4 черных. Из наугад выбранного ящика достали два шара. Оба оказались белыми. Какова вероятность того, что они из первого ящика?

A – оба белые

$H_1$ – выбр I $\quad$ $H_2$ – выбр II или III $\quad$ $H_3$ – выбр IV

$P(H_1) = \frac{1}{4}$ $\quad P(H_2) = \frac{2}{4}$ $\quad P(H_3) = \frac{1}{4}$

$\boxed{4б \quad 1ч}$ $\quad \boxed{3б \quad 2ч}$ $\quad \boxed{3б \quad 2ч}$ $\quad \boxed{1б \quad 4ч}$

$P(A|H_1) = \frac{3}{5}$ $\quad P(A|H_2) = 0,3$ $\quad P(A|H_3) = 0$

$P(A) = \sum P(H_i) P(A_i|H_i) = \frac{1}{4}(0,6 + 0,6) = 0,3$

$A(H_1|A) = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0,6}{0,3} = \frac{1}{2}$

В

1. На шахматную доску наугад поставили белого короля и черного коня. Какова вероятность того, что король будет под шахом?

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 2 |
| 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 3 |
| 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 3 |
| 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 3 |
| 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 3 |
| 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 |

$P(H_1) = \frac{4}{64}$ $\quad P(A|H_1) = \frac{2}{63}$

$P(H_2) = \frac{8}{64}$ $\quad P(A|H_2) = \frac{3}{63}$

$P(H_3) = \frac{20}{64}$ $\quad P(A|H_3) = \frac{4}{63}$

$P(H_4) = \frac{16}{64}$ $\quad P(A|H_4) = \frac{6}{63}$

$P(H_5) = \frac{16}{64}$ $\quad P(A|H_5) = \frac{8}{63}$

$$P(A) = \frac{1}{64 \cdot 63}\left(4 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 20 \cdot 4 + 16 \cdot 6 + 16 \cdot 8\right) =$$

$$= \frac{1}{16 \cdot 63}\left(2 + 6 + 20 + 24 + 32\right) = \frac{84}{16 \cdot 63} = \frac{1}{12}$$

5. Вероятность попадания при каждом выстреле для трех стрелков равны соответственно 4/5, 3/4 и 2/3. При их одновременном выстреле произошло два попадания. Какова вероятность того, что промахнулся третий стрелок?

$A_1$ – I попал $\quad P(A_1) = \frac{4}{5} \quad P(\overline{A_1}) = \frac{1}{5}$

$A_2$ – II $\quad P(A_2) = \frac{3}{4} \quad P(\overline{A_2}) = \frac{1}{4}$

$A_3$ – III $\quad P(A_3) = \frac{2}{3} \quad P(\overline{A_3}) = \frac{1}{3}$

B – двое попали

$$P(\overline{A_3} \mid B) = \frac{P(\overline{A_3} \cdot B)}{P(B)} = \frac{P(\overline{A_3} \cdot A_2 \cdot A_1)}{P(B)} = \frac{6}{13}$$

$$P(B) = A_1 A_2 \overline{A_3} + \ldots = \frac{13}{20}$$

C

1. Среди населения 1% воров. У хозяина в комнате, где находилось десять гостей, пропал кошелек. Какова вероятность того, что наугад выбранный гость является вором?

A – выбранный чел – вор $\quad P(A) = 0{,}01$

B – хотя бы 1 вор, $\overline{B}$ – все не честные

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)}{1 - 0{,}99^{10}} = \frac{0{,}01}{1 - 0{,}99^{10}} \approx 0{,}105$$

т.к $A \subset B$

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0{,}99^{10}$$